

Fyzikální motivace pro výuku matematiky 2

Břetislav Fajmon

Úvod

Důraz je kladen na podstatu fyzikálních jevů a na odvozování zákonitostí, na užití matematického aparátu v co největší možné šíři. ... Žák je veden k tomu, aby zejména chápal, že přírodní jevy mají fyzikální příčiny, rozuměl různým typům fyzikálních dějů, uměl tyto znalosti aplikovat, využíval matematický aparát pro odvození jednoduchých fyzikálních vztahů, ...

ŠVP pro předmět fyzika na gymnáziu Jevíčko

Vedeme žáky k systematické práci při matematizaci reálných situací, ..., zadáváme žákům aplikační úlohy z praxe a vedeme tím žáky k pochopení významu matematiky v reálném životě.

ŠVP pro předmět matematika na gymnáziu Jevíčko

Na základě předchozích citátů ze školního vzdělávacího programu pro gymnázia mi dovoluete navrhnout osnovu předmětu Matematika a fyzika – celku dvou předmětů vyučovaných ve vzájemné návaznosti. V souladu s obvyklou dotací 2-2-2-2 pro předmět fyzika a 4-4-4-4 pro předmět matematika na gymnáziu následující osnova obsahuje 490 hodin matematiky a 245 hodin fyziky, tedy celkem 735 hodin. Vzniká tedy kurs s dotací 6-6-6-6. Sestaveno na základě několika materiálů, zejména osnovy obsahu matematiky a fyziky pro gymnázia v učebnici Matematika realisticky (online 2010: realisticky.cz), dále řada fyzikálních příkladů je inspirována učebnicí Halliday, Resnick, Walker (2000), tzv. HRW.

- Kapitola 1: Fyzikální jednotky.** Základní fyzikální jednotky (metr, čas, kilogram) a jednotky; menší či větší části těchto jednotek. Převod minut na hodiny a naopak, převod rychlosti v metrech za sekundu na kilometry za hodinu a naopak. Tabulka převodů řádů jednotek. Závěr: pro předávání poznatků měření musíme vždy říci, a) jakou veličinu měříme, b) kolik jednotek této veličiny jsme naměřili.
- Cvičení na převody jednotek podle sbírky: samostatná práce. Za domácí úkol: pro počítat část příkladů ze sbírky. Pokus: hustota a vazkost vody a oleje. Závěr: při převádění složených jednotek převedem postupně každou z dílčích jednotek.
- Kapitola 2: Přímocharý pohyb hmotného bodu.** Funkce představuje vztah mezi dvěma veličinami, kdy k jedné hodnotě veličiny x je přiřazena nejvýše jedna hodnota veličiny y . Takový vztah mezi dvěma veličinami lze znázornit do grafu v pravoúhlé soustavě souřadnic v rovině. Příkladem je pohyb po přímce: poloha x tělesa u přímocharého pohybu v závislosti na čase t . Definiční obor funkce, obor funkčních hodnot. Závěr: graf funkce nám ukazuje cestu od čísel na ose t (definiční obor) k číslům na ose x (obor hodnot).
- Kreslení grafů funkce různých vlastností. Závěr: graf funkce nesmí obsahovat dva body nad sebou.

5. Průměrná rychlost při pohybu králíka ve směru svislé osy x v závislosti na čase t . Označení Δt , Δx , grafické určení průměrné rychlosti pomocí přímky procházející počáteční a koncovou polohou grafu funkce polohy x v závislosti na čase t . Příklady 1,2: průměrná rychlost řidiče nejprve jedoucího, pak jdoucího pěšky (příklady kreslíme i graficky, je z nich vidět vztah mezi rychlostmi v jednotlivých částech).
6. Kreslení grafů lineární funkce. Nalezení významu konstant a, b v lineární funkci $y = ax + b$.
7. Lineární funkce – nalezněte předpis pro grafy funkcí nakreslených na obrázku (studenti poprvé sestavují předpis na základě obrázku).
8. funkce absolutní hodnota
9. kreslení grafů funkce – metoda posunutí (kombinace lineární funkce a absolutní hodnoty)
10. kreslení grafů funkce – metoda posunutí II (kombinace lineární funkce a absolutní hodnoty)
11. kreslení grafů funkce – metoda rozdělení na intervaly (kombinace lineární funkce a absolutní hodnoty)
12. kreslení grafů funkce – metoda rozdělení na intervaly II (kombinace lineární funkce a absolutní hodnoty)
13. průměrná rychlost přímočarého pohybu je tangens jistého úhlu sečny (= směrnice sečny = sklon sečny) ke grafu funkce polohy v závislosti na čase; tabulka goniometrických funkcí základních hodnot ostrého úhlu (z Pythagorovy věty pro úhel 45° při úhlopříčce čtverce, pro úhly 30° a 60° při vrcholu a výšce rovnoramenného trojúhelníku. Výpočet jedné strany pravoúhlého trojúhelníku na základě znalosti jednoho úhlu a jiné strany.
14. Příklady na užití goniometrických funkcí ostrého úhlu
15. průměrná rychlost – fyzikální příklady
16. okamžitá rychlost: motivační hodina, okamžitá rychlost se vypočte z průměrné rychlosti limitním procesem při zkracování intervalu, na kterém průměrnou rychlost počítáme; okamžitá rychlost jako derivace = směrnice tečny (= sklon tečny) ke grafu funkce; derivace funkce $x(t)$ v bodě t_0 je tedy limita z jistého výrazu;

$$v(t) = x'(t).$$

17. proces derivování v různých bodech zanášíme do grafu, dostaneme zase funkci; výpočet derivace některých funkcí z definice (pomocí limity) – základní vzorce pro derivování (pouze u polynomů a funkcí goniometrických), derivace součinu a podílu funkcí

-
18. cvičení – výpočet derivace funkcí podle vzorců, derivace součinu a podílu funkcí; sestavení rovnice tečny ke grafu funkce v jistém jeho bodě
 19. cvičení – derivace složené funkce, příklady na procvičení; fyzikální procvičení: známe polohu $x(t)$, máme spočítat funkci udávající okamžitou rychlost v okamžiku t
 20. popis pohybu kabiny výtahu – určitý integrál ve vztahu výpočtu polohy tělesa na základě funkce jeho rychlosti; Odvození určitého integrálu jako limity z jistého součtu obsahů u podgrafu spojitě funkce. Vzorec

$$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Newton-Leibnizova formule vztahu mezi určitým integrálem a procesem integrování (= inverzním procesem k derivování).

21. cvičení na výpočet určitého integrálu z rychlosti (= změny polohy) – graficky (HRW, oddíl 2.4), pomocí vzorců pro derivování a užitím Newton-Leibnizovy formule (výpočet jen zmínit, bude procvičeno více při dalším návratu k integrálům později; nyní byl důraz na derivování).
22. průměrné zrychlení a a okamžité zrychlení $a(t)$ přímočarého pohybu – směrnice sečny a směrnice tečny ke grafu funkce $v(t)$: vzorec

$$a(t) = v'(t), \quad v(t_2) - v(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt.$$

23. Zrychlení – fyzikální příklady: př. 4: kabina výtahu ... grafy funkcí $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$; příklad 6: dragster versus raketové saně; tíhové zrychlení; př. 7: výpočet rychlosti a zrychlení z funkce polohy;
24. Zrychlení – fyzikální příklady II: HRW, kapit. 2.5.
25. rovnoměrně zrychlený (zpomalený) pohyb – klasické odvození vzorců
26. rovnoměrně zrychlený (zpomalený) pohyb – odvození vzorců na základě diferenciálního a integrálního počtu
27. příklad na rovnoměrně zpomalený pohyb – brzdná dráha auta
28. rovnoměrně zrychlený pohyb – procvičení (HRW)
29. rovnoměrně zrychlený pohyb – procvičení II (HRW)
30. volný pád a svislý vrh: příklady 9 (opravář pustil klíče z šestého patra), 10 (chytání míčku puštěného z letadla), 11 (vyhození míčku svisle vzhůru)
31. volný pád a svislý vrh: cvičení I

32. volný pád a svislý vrh: cvičení II
33. opakování celku 02 (přímočarý pohyb): zkoušení teoretické
34. opakování celku 02 (přímočarý pohyb): větší písemka praktická
35. **Kapitola 3: Vektory a některá jejich využití.** vektorové veličiny: úvod a motivace (jsou určeny velikostí a směrem ... např. posunutí, rychlost, síla): Př. 12: pohyb v jeskynním systému (tangens úhlu, Pythagorova věta pro výpočet velikosti přepony pravoúhlého troj.); arctg úhlu ... práce s kalkulačkou (zatím jen zapnutí funkce DEG)
36. sčítání vektorů a násobení vektorů skalárem – pouze graficky – prezentace (součet, asociativní zákon, nulový vektor, opačný vektor)
37. sčítání vektorů a násobení vektorů skalárem – pouze graficky 2 – cvičení (příklady z učebnice Matematika pro gymnázia – analytická geometrie, str. 36);
38. rozklad vektoru na součet dvou vektorů graficky (fyzikální motivace: rozklad síly na součet dvou složek, jedna z nich je kolmá na směr posunutí, druhá působí práci při posunutí tělesa ve směru vektoru \vec{s}); příklad 14: start letadla, úhel, vzdálenost od letiště, rozklad polohového vektoru na součet; HRW oddíl 3.3: složky vektoru graficky – cvičení.
39. Stupňová a oblouková míra úhlu, orientace úhlu, základní velikost úhlu; rozšíření goniometrických funkcí z ostrého úhlu na libovolný úhel pomocí oblouku délky x ; převod radiánů na stupně a naopak (význačné úhly i obecně); grafy a vlastnosti funkcí $\sin x$, $\cos x$.
40. cvičení – převod radiánů na stupně a naopak; orientace úhlu základní velikost úhlu; Matematika pro gymnázia – goniometrie, str. 40, př. 2.30: grafy funkcí $\sin x$, $\cos x$, provnání funkčních hodnot na základě grafu; vlastnosti funkcí sinus a kosinus.
41. výpočet hodnot sinus a kosinus význačných úhlů pomocí jednotkové kružnice (tabulka význačných úhlů a význačných hodnot); řešení jednoduchých goniometrických rovnic pomocí jednotkové kružnice
42. cvičení k předchozímu – výpočet hodnot sinus a kosinus význačných úhlů pomocí jednotkové kružnice (tabulka význačných úhlů a význačných hodnot); řešení jednoduchých goniometrických rovnic pomocí jednotkové kružnice
43. periodická funkce
44. sudá a lichá funkce
45. grafy a vlastnosti funkcí $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$; tabulka význačných hodnot ve význačných úhlech doplněna o tyto funkce
46. cvičení – grafy a vlastnosti funkcí $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$

-
47. souřadnice vektoru, rozklad vektoru na složky v souřadnicích (= algebraicky); jednotkové vektory ve směru souřadných os; velikost vektoru pomocí souřadnic (z Pythagorovy věty v dimenzi 2 i 3);
 48. sčítání vektorů, násobení vektoru skalárem – pomocí souřadnic; př.15: vyjádřete grafické skládání vektorů pro soutěžní trasu pomocí souřadnic;
 49. cvičení k předchozímu: Matematika pro gymnázia – analytická geometrie, str. 15-19 (vytvoření vektoru, velikost vektoru, střed úsečky); HRW: sčítání vektorů algebraicky;
 50. Definice skalárního součinu dvou nenulových vektorů pomocí úhlu, který svírají; aplikace: výpočet mechanické práce při posunu tělesa působením síly \vec{F} ve směru posunutí \vec{s} ;
 51. cvičení: skalární součin nenulových vektorů (Matematika pro gymnázia – analytická geometrie, str.49), výpočet mechanické práce (HRW, skalární součin + příklad na výpočet práce)
 52. Výpočet skalárního součinu pomocí souřadnic: odvození vzorce na základě jednotkové báze navzájem kolmých vektorů $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$; pozn.: tento druhý způsob výpočtu skalárního součinu je obecnější v tom, že některý nebo oba z vektorů vstupujících do operace součinu může být nulový
 53. vektorový součin vektorů – aplikace: moment síly vzhledem k ose otáčení; nejprve vzorec pro vektorový součin dvou nenulových vektorů pomocí úhlu, který svírají
 54. vektorový součin vektorů – výpočet pomocí souřadnic (determinant, Sarussovo pravidlo); příklad 18: výpočet skalárního a vektorového součinu dvou zadaných vektorů, včetně obrázku; příklad 19: výpočet vektorového součinu pomocí souřadnic
 55. cvičení – vektorový součin vektorů (Matematika pro gymnázia – analytická geometrie, str. 60; HRW, výpočet vektorového součinu + příklad na výpočet momentu síly vzhledem k ose otáčení); v rámci cvičení je obsažen vzorec pro význam vektorového součinu jako obsahu rovnoběžníku, tj. jako důsledek obsah trojúhelníku jako polovina předchozího obsahu pomocí vzorce $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$)
 56. Trojúhelník – obsah trojúhelníka různými způsoby
 57. opakování celku 03 (vektory a některá jejich využití) – teoretické otázky;
 58. opakování celku 03 – větší písemka praktická
 59. **Kapitola 4: Pohyb hmotného bodu v rovině a prostoru.** Polohový vektor $\vec{r}(t)$ v časovém okamžiku t ; posunutí $\Delta\vec{r}(t)$, trajektorie
 60. parametrické a obecné vyjádření přímky v rovině a prostoru (Matematika pro gymnázia – analytická geometrie, str. 63,64,67,74);

61. průměrná a okamžitá rychlost pohybu hmotného bodu v prostoru jako vektorové veličiny; situace je vektorovým zobecněním případu pohybu po přímce z kapitoly 2;
62. průměrná a okamžitá rychlost pohybu v prostoru – cvičení (HRW); spojením matematiky a fyziky je cílový příklad: napište rovnici tečny ke trajektorii pohybu v bodě $\vec{r}(t_0)$;
63. průměrné a okamžité zrychlení při pohybu v prostoru; příklad 21: pohyb králíka v rovině, určení směru polohového vektoru pomocí funkce $\arctg \frac{y}{x}$
64. cvičení – průměrné a okamžité zrychlení (HRW)
65. šikmý vrh – aplikace vektorového počtu, rozklad vektoru rychlosti do rovnoběžného a svislého směru (obrázky)
66. šikmý vrh – matematický popis (rozepsání vektoru trajektorie do souřadnic)
67. parabola – funkce popisující trajektorii šikmého vrhu: kreslení grafů kvadratické funkce (posuny ze základní polohy, doplnění na čtverec), hledání vrcholu paraboly dvěma metodami (doplněním na čtverec a derivací kvadratické funkce)
68. cvičení: parabola – kreslení grafu funkce (Matematika pro gymnázia – funkce, str. 67 a 70)
69. součet vnitřních úhlů trojúhelníku je 180° ; podobnost trojúhelníků;
70. podobnost trojúhelníků – cvičení (podobnost trojúhelníků bude potřeba v následující hodině při odvození součtových vzorců $\cos(\alpha + \beta) = \dots$)
71. odvození doletu při výstřelu koule z děla – využití součtových vzorců; odvození vzorce $\cos(\alpha + \beta) = \dots$, $\sin(\alpha + \beta) = \dots$ (viz Odvárko, Goniometrické funkce) rozdělené do dílčích úkolů Například: a) z podobnosti trojúhelníků odvoďte vztah pro délku d z obrázku; b) dosadte do vztahu

$$\cos \alpha = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta - d}$$

za délku d a vyjádřete pak hodnotu $\cos(\alpha + \beta)$. Později (při probírání extrémů funkce) lze ještě řešit extrémální úlohu pro neupravený vzorec

$$R = \frac{2\|\vec{v}_0\|^2 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{g}$$

a neupravovat jej do tvaru $R = \frac{\|\vec{v}_0\|^2 \cdot \sin(2\theta_0)}{g}$. Vzhledem k tomu, že už nyní je údaj o maximálním doletu koule velmi zajímavý, bude asi použití součtových vzorců nyní velmi užitečné pro konkrétní příklady.

72. poznámka o odporu prostředí při výstřelu koule z děla; další příklady na šikmý vrh – prezentace; příklad 24: letoun háže záchranný vak

-
73. další příklady na šikmý vrh – prezentace 02: příklad 25 (přeskok na sousední dům při filmové honičce), příklad 26 (výstřel z děla z pirátské lodi (několik úkolů);
 74. šikmý vrh – cvičení 01 (např. HRW)
 75. šikmý vrh – cvičení 02
 76. šikmý vrh – cvičení 03
 77. rovnoměrný pohyb po kružnici – délka oblouku při různých poloměrech; určení obvodu kružnice poloměru r ; popis rovnoměrného pohybu hmotného bodu po kružnici: obrázek
 78. rovnoměrný pohyb po kružnici – velikost a směr vektoru zrychlení
 79. odvození limity výrazu $\frac{\sin \theta}{\theta}$ pro θ jdoucí k nule – několika způsoby, také podle l'Hospitalova pravidla
 80. rovnoměrný pohyb po kružnici – prezentace příkladu (auto v zatáčce)
 81. cvičení – rovnoměrný pohyb po kružnici
 82. cvičení – výpočet limit funkcí (Matematika pro gymnázia, diferenciální a integrální počet, str. 80-81)
 83. cvičení – výpočet limit funkcí 2 (i pomocí l'Hospitalova pravidla)
 84. vzájemný pohyb vzhledem k různým vztažným soustavám – pohyb po přímce
 85. vzájemný pohyb vzhledem k různým vztažným soustavám – pohyb v rovině
 86. vzájemný pohyb vzhledem k různým vztažným soustavám – pohyb při vysokých rychlostech
 87. vzájemný pohyb v jiných vztažných soustavách – cvičení
 88. opakování celku 04 (pohyb hmotného bodu v rovině a prostoru) – teoretické otázky
 89. opakování celku 04 (pohyb hmotného bodu v rovině a prostoru – větší praktická písemma
 90. **Kapitola 5: Síla a pohyb – Newtonovy zákony (zatím není uvažováno tření).** Úvod do Newtonovské mechaniky, volná částice, čím je způsobeno zrychlení, první Newtonův zákon
 91. Inerciální vztažná soustava, definice jednotky 1 Newton, výslednice sil, vztah mezi silou a zrychlením, jednotka hmotnosti 1 kg.
 92. cvičení – výslednice sil, vztah mezi silou a zrychlením (HRW, oddíl 5.3)

93. Druhý Newtonův zákon ve vektorovém tvaru, tentýž vztah rozepsaný do složek vektorů, příklad 35 (tažení saní), příklad 36 (přetahování o pneumatiku – výslednice tří sil); příklad 37 (je známý směr výslednice tří sil, neznámá je jedna ze sil, tu máme určit (její velikost i směr).
94. cvičení – druhý Newtonův zákon (HRW 5C, 7C, 9C, 11Ú)
95. Některé typy sil (rychlý přehled): tíhová síla, kolmá tlaková síla podložky, třecí síla, tahová síla; příklad 38: tahová síla jako výslednice sil tíhové, tlakové a síly tažného jedince pod určitým úhlem k vodorovnému směru.
96. Cvičení – některé typy sil (HRW 13C, 15C, 17C)
97. Třetí Newtonův zákon
98. příklady na Newtonovy zákony – Příklad 39 (klouzající kostka, kladka, zavěšená kostka); příklad 40 (kostka tlačena tyčkou vodorovně bez tření);
99. příklady na Newtonovy zákony – Příklad 41 (kostka zavěšená na třech vláknech – výslednice sil); příklad 42 (kostka na nakloněné rovině upevněná na vláknech); příklad 43 (kostka se utrhne, určete její zrychlení)
100. příklady na Newtonovy zákony – Příklad 44 (dvě kostky zavěšené na kladce); příklad 45 (nášlapná váha ve výtahu);
101. cvičení – příklady na Newtonovy zákony 01
102. cvičení – příklady na Newtonovy zákony 02
103. cvičení – příklady na Newtonovy zákony 03
104. opakování celku 05 (Newtonovy zákony) – teoretické otázky
105. opakování celku 05 (Newtonovy zákony) – větší praktická písemka
106. **Kapitola 6: Síla a pohyb – tření, dostředivá síla.** statická a dynamická třecí síla, vlastnosti sil tření; příklad 46 (mince na nakloněné rovině začne klouzat při úhlu 13° , určete koeficient statického tření), příklad 47 (zablokují se kola automobilu a ten klouže po silnici).
107. síla a pohyb s třením – příklady: příklad 48 (sáně na sněhu), příklad 49 (kladka, nakloněná rovina s třením)
108. cvičení – síla a pohyb s třením 01
109. cvičení – síla a pohyb s třením 02
110. cvičení – síla a pohyb s třením 03
111. Odporová síla a mezní rychlost při volném pádu – padající kočka ze 32. patra (příklad 50), dešťová kapka (příklad 51)

-
112. cvičení – odporová síla a mezní rychlost
 113. Rovnoměrný pohyb po kružnici 2 – dostředivá síla a tření; kosmická loď s kosmonautem (příklad 52), spirála smrti během cirkusového představení (příklad 53)
 114. dostředivá síla a tření – příklad 54 (kuželové kyvadlo), příklad 55 (smyk auta v zatáčce a koeficient statického tření)
 115. dostředivá síla a tření – příklad 56 (projíždění klopené zatáčky), příklad 57 (jízda na rotorovém válci v zábavním parku)
 116. cvičení – dostředivá síla a tření (pohyb po kružnici) 01
 117. cvičení – dostředivá síla a tření (pohyb po kružnici) 02
 118. opakování celku 06 (síla a tření) – teoretické otázky
 119. opakování celku 06 (síla a tření) – větší praktická písemka
 120. **Kapitola 7: Kinetická energie hmotného bodu.** Jednotka kinetické energie (1 Joule); kinetická energie dvou rozjetých lokomotiv těsně před srážkou (příklad 58); práce jako změna kinetické energie tělesa ve směru posunutí se vypočte jako skalární součin síly a posunutí
 121. Vykonaná práce – příklady: zločinci posunují sejf (příklad 59), pokus o zabrždění rozjetého vozíku (příklad 60)
 122. cvičení – práce a kinetická energie
 123. cvičení – práce a kinetická energie 02
 124. práce tíhové síly – vzorce, zvedání činky (příklad 61); bedna vytahovaná na laně po hladké nakloněné rampě (příklad 62)
 125. práce tíhové síly – kabina výtahu (příklad 63)
 126. práce tíhové síly – cvičení
 127. práce proměnné síly – určitý integrál podruhé, výpočet práce při působení proměnné síly; příklad 70 (proměnná síla působící při brždění klouzájícího hranolu)
 128. práce proměnné síly – fyzikální cvičení (HRW, příklady 21C, 23C, 25Ú)
 129. lineárně lomená funkce
 130. lineárně lomená funkce – kreslení grafu
 131. inverzní funkce – k lineární funkci, k funkci $y = x^2$ (odmocnina)
 132. motivace logaritmické funkce $\ln x$ jako určitého integrálu z funkce $\frac{1}{x}$, k ní inverzní exponenciální funkce; grafy a vlastnosti funkce $y = \ln x$, $y = e^x$; integrační a derivační vzorce pro funkce $y = \ln x$, $y = e^x$;

133. vlastnosti exponenciální funkce $y = a^x$; pravidla pro mocniny; grafy funkcí $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$, porovnávání funkčních hodnot na základě grafu;
134. cvičení – exponenciální funkce
135. vlastnosti logaritmické funkce $\log_a x$; grafy funkcí $y = \log_5 x$, $y = \log_{\frac{1}{5}} x$, porovnávání funkčních hodnot na základě grafu
136. pravidla pro logaritmy, jednoduché vztahy s logaritmy; logaritmické a exponenciální rovnice (příklad 67)
137. cvičení – logaritmické funkce
138. cvičení – logaritmické funkce 02
139. cvičení – logaritmické či exponenciální rovnice; včetně příkladů „ze života“ (vyučující Irena, Boskovice: 1 m² rybníka s plochou 50 m² je zarostlý sinicemi; plocha zarostlá sinicemi se každý den zdvojnásobí; za jak dlouho sinicemi zaroste celá plocha rybníka?)
140. integrační metody – pomocí vzorce
141. integrační metody – integrace „per partes“
142. integrační metody – substituce
143. aplikace neurčitěho integrálu – model úbytku populace (= model úbytku radioaktivní látky) ... řešení diferenciálních rovnic; práce s výsledkem: určení poločasu rozpadu, určování stáří dřeva
144. aplikace neurčitěho integrálu – model míchání solného roztoku
145. cvičení – řešení diferenciálních rovnic (obyčejné diferenciální rovnice se separovatelnými proměnnými)
146. prezentace řešení lineární ODR prvního řádu metodou variace konstanty
147. cvičení – lineární ODR metodou variace konstanty 1
148. cvičení – lineární ODR metodou variace konstanty 2
149. neurčitý integrál, diferenciální rovnice – větší písemka
150. výpočet určitého integrálu – Matematika pro gymnázia, Diferenciální a integrální počet, str. 156-př. 11, str. 157-př. 12
151. výpočet určitého integrálu – substituce a per partes pro určitý integrál
152. výpočet určitého integrálu – cvičení
153. výpočet obsahu plochy pomocí určitého integrálu

-
154. výpočet obsahu plochy pomocí určitého integrálu – cvičení
 155. objem rotačního tělesa pomocí určitého integrálu – odvození vzorce, př. 6.20 ze strany 178 (Diferenciální počet – matematika pro gymnázia)
 156. objem rotačního tělesa – cvičení
 157. určitý integrál a jeho aplikace – praktická větší písemka
 158. aplikace integrálu při určení práce pružné síly pomocí Hookeova zákona
 159. práce pružné síly – příklad 68 (protážení pružiny a síly), příklad 69 (klouzající kostka narazí na volný konec pružiny a stlačuje ji)
 160. práce pružných sil – cvičení
 161. průměrný a okamžitý výkon, jednotka výkonu (watt); další vzorce pro výkon užitím diferenciálního počtu pro posunutí $x(t)$; výkon při působení sil na krabici (příklad 71)
 162. výkon – cvičení
 163. kapitola 7 – práce a kinetická energie – teoretické opakování
 164. kapitola 7 – práce a kinetická energie – praktická větší písemka
 165. **Kapitola 8: Potenciální energie, zákon zachování energie mechanické soustavy.** Potenciální energie soustavy objektů, konzervativní a nekonzervativní síly
 166. parametrické vyjádření funkce, přímky, úsečky, kružnice; typy křivek (jednoduché, ukončené, hladké, po částech hladké); neorientovaný křivkový integrál = křivkový integrál 1.druhu ... odvození (aplikace: např. délka křivky);
 167. křivkový integrál 1.druhu přes jeden závit šroubovice (příklad 73) a obvod trojúhelníka (příklad 74)
 168. křivkový integrál 1. druhu – cvičení
 169. vnější a vnitřní orientace křivky (příklad 75), orientovaný křivkový integrál = křivkový integrál 2.druhu (motivace: výpočet práce při přemístění částice po křivce \vec{l} silou \vec{F} ... odvození)
 170. křivkový integrál 2. druhu přes jeden závit šroubovice na kuželové ploše (příklad 77) a přes obvod trojúhelníka v rovině (příklad 76)
 171. křivkový integrál 2. druhu – cvičení
 172. křivkový integrál – větší praktická písemka
 173. nezávislost práce konzervativních sil na trajektorii, výpočet hodnot potenciální energie: příklad 78 (balíček klouže po skluzavce)

-
174. tíhová potenciální energie; pružná potenciální energie; příklad 79: Lenochoď spadne z větve na zem
 175. cvičení – výpočet hodnot potenciální energie
 176. zákon zachování mechanické energie: příklad 80 (dítě na skluzavce), příklad 81 (pružina ve vzduchovce)
 177. zákon zachování mechanické energie: příklad 82 (bungee jumping)
 178. zákon zachování mechanické energie – cvičení 01
 179. zákon zachování mechanické energie – cvičení 02
 180. interpretace křivky potenciální energie
 181. práce nekonzervativních a vnějších sil: příklad 83 (robot je vytahován na laně po šikmé ploše sopečného kráteru)
 182. práce nekonzervativních vnějších sil – cvičení
 183. zákon zachování vnější i vnitřní energie: příklad 84 (puďl na skluzavce), příklad 85 (ocelová kulka je střelena do země a zaryje se do písku)
 184. zákon zachování vnější i vnitřní energie – cvičení
 185. kapitola 8 – potenciální energie, zákon zachování energie – teoretické otázky
 186. kapitola 8 – potenciální energie, zákon zachování energie – větší praktická písemka

1 Převody fyzikálních jednotek

Probráno v předmětu FYMA 1 – jen krátká zmínka o základních principech převádění jednotek.

2 Pohyb hmotného bodu po přímce

Probráno v předmětu FYMA 1 – pohybové a polohové rovnice odvozeny jak na základě průměrné rychlosti a průměrného zrychlení, tak na základě diferenciálního počtu (vztahy $v(t) = x'(t)$ a $a(t) = v'(t) = x''(t)$) a Newton-Leibnizovy formule. Základní funkce goniometrické ostrého úhlu, funkce lineární a některé vlastnosti funkcí.

3 Vektory a některá jejich využití

Probráno v předmětu FYMA 1 – vektory probrány graficky i na základě souřadnic, rozklad vektoru na součet složek je důležitý pro pojmy skalárního součinu vektorů (využití: výpočet mechanické práce při přemístění tělesa silou \vec{F} ve směru posunutí \vec{s}) a vektorového součinu vektorů (využití: výpočet momentu síly vzhledem k ose otáčení). Goniometrické funkce rozšířeny na celou reálnou osu s využitím jednotkové kružnice (stupňová i oblouková míra).

4 Pohyb hmotného bodu v rovině a prostoru

Probráno v předmětu FYMA 1 – pojmy a postupy v případě jedné dimenze (kapitola 2) zobecněny na případ roviny nebo prostoru. Kromě stěžejních kapitol o šikmém vrhu a pohybu po kružnici ještě pár poznámek o vzájemném pohybu v různých vztažných soustavách. Vlastnosti kvadratické funkce a kreslení grafu kvadratické funkce, parametrické rovnice přímky a křivky v rovině a prostoru. Poznámky o limitách, včetně l'Hospitalova pravidla. Vzorce pro kosinu a sinus součtu dvou úhlů.

5 Síla a pohyb – Newtonovy zákony

Probráno v předmětu FYMA 1 – Newtonovy pohybové zákony představeny v rámci různých typů sil, které na tělesa působí. Zatím není uvažováno tření a odporová síla (např. odpor vzduchu).

6 Síla a pohyb – tření, dostředivá síla

Probráno v předmětu FYMA 1 – situace podobné předchozí kapitole, ovšem tření a odpor vzduchu (a dalších prostředí) je brán v úvahu!!!

7 Kinetická energie při pohybu hmotného bodu

Touto kapitolou začíná vlastní předmět FYMA 2. Při odvození mechanické práce za proměnné síly je probrán určitý integrál. Dále je představena funkce $y = \ln x$ jako funkce vzniklá při integraci nepřímé úměrnosti $y = \frac{1}{x}$, a funkce k ní inverzní $y = e^x$ – exponenciální a logaritmická funkce a jejich vlastnosti. Tedy logaritmická funkce se objevuje jako řešení jistých jednoduchých diferenciálních rovnic, při integraci elementárních funkcí!! Určitý integrál se dále používá pro výpočet obsahu plochy a objemu rotačního tělesa. Aplikací integrálního počtu je odvození vzorce pro výpočet práce pružné síly. Výkon, další vzorce pro výkon vznikají z diferenciálního počtu, pokud posunutí, vzhledem k němuž práce probíhá, je dáno funkcí $x(t)$.

8 Potenciální energie, zákon zachování energie

V rámci kapitoly je probrána parametrizace křivek v prostoru a křivkový integrál 1. a 2. druhu. Z fyzikálních témat je pozornost soustředěna na potenciální energii hmotného bodu, zákon zachování energie mechanické soustavy. Kapitola pak končí úvahami o zákonu zachování energie dané součtem vnější (= mechanické) a vnitřní (= tepelné) energie.

Literatura

- [1] Bednařík, M., Šíroká, M.: Fyzika pro gymnázia – mechanika. Praha, PROMETHEUS 2000.
- [2] Fuchs, E., Hrubý, D.: Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu na čtyřletém gymnáziu. PROMETHEUS 2006.
- [3] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika. VUTIUM Brno a PROMETHEUS Praha, 2000 1.vydání, 2013 2.přepřacované vydání.
- [4] Hrubý, D., Kubát, J.: Matematika pro gymnázia – diferenciální a integrální počet. PROMETHEUS, Praha 1997.
- [5] Krynický, M.: Matematika realisticky. Online učebnice 2010, matematika vyučovaná na gymnáziu, www.realisticky.cz.
- [6] Musilová, J., Musilová, P.: Matematika pro porozumění i praxi I. VUTIUM Brno, 2009.
- [7] Musilová, J., Musilová, P.: Matematika pro porozumění i praxi II. VUTIUM Brno, 2012 (dva svazky, samostatně neprodejné).
- [8] Musilová, J., Musilová, P.: Matematika pro porozumění i praxi III. VUTIUM Brno, 2018 (tři svazky, samostatně neprodejné).
- [9] Odvárko, O.: Matematika pro gymnázia – funkce. PROMETHEUS 1993, Praha.
- [10] Odvárko, O.: Matematika pro gymnázia – goniometrie. PROMETHEUS 1994, Praha.
- [11] Události na VUT 9-2001, str. 7 (představení učebnice Fyzika autorů Halliday, Resnick, Walker; rozhovor s Jiřím Grygarem).